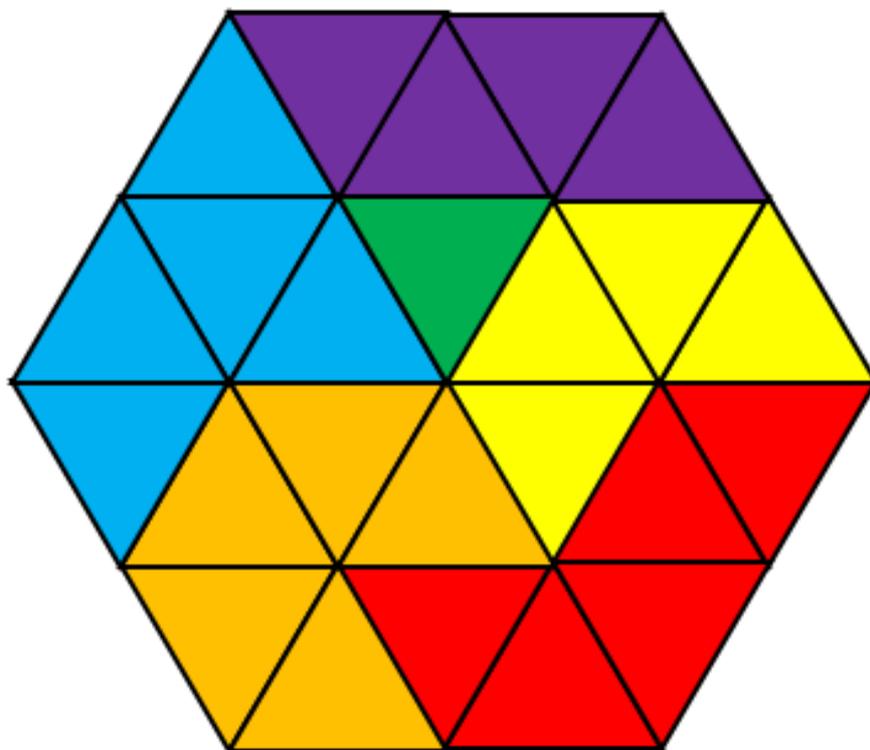


# LE PUZZLE DE L'UNICEF



## Introduction

Dans l'ouvrage « JEUX DU MONDE » édité en 1979 par LIED-Genève pour le compte de l'**UNICEF**, ce puzzle est appelé « casse-tête mathématique ».

Il a par la suite été utilisé dans la régionale APMEP Lorraine sous le nom « Puzzle de l'UNICEF » dans l'exposition et les brochures « Objets mathématiques ».

[http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/14\\_puzzle\\_unicef\\_1.pdf](http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/14_puzzle_unicef_1.pdf)

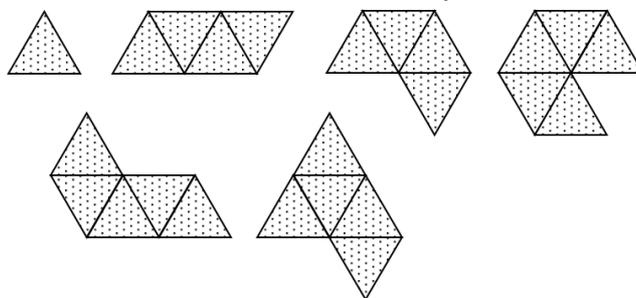
[http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/14\\_puzzle\\_unicef.pdf](http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/14_puzzle_unicef.pdf)

[http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/puzzle\\_de\\_l\\_unicef.pdf](http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/puzzle_de_l_unicef.pdf)

[http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/brochure16\\_site.pdf#page=82](http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/brochure16_site.pdf#page=82)

Une version utilisant des pièces ayant pris de l'épaisseur a été commercialisée en 1996 par « OCART – 75017 PARIS » sous le nom « HEXAGONE 3D ».

Le nom « Puzzle de l'UNICEF » a été conservé pour ce document.



Les six pièces peuvent être considérées comme formées de triangles équilatéraux de même dimension. Elles sont retournables.

La plupart des activités proposées privilégient l'utilisation de symétries. À la question « Monsieur, les symétries, ça sert à quoi ? », l'utilisateur de ces activités pourra répondre « Cela sert à réfléchir et prendre du plaisir lors de la manipulation de pièces d'un puzzle géométrique », « Cela sert à créer de nouvelles figures géométriques ». L'utilisateur aurait sans doute envie qu'elles servent également à démontrer des propriétés repérées sur des figures géométriques, mais ce qui est proposé dans ce document n'aborde pas ce point.

### Activité préalable

Avec les six pièces, réaliser un hexagone régulier. Le but est d'obtenir une collection de solutions pouvant être utilisée par la suite. Les solutions seront photographiées ou reproduites sur papier triangulé.

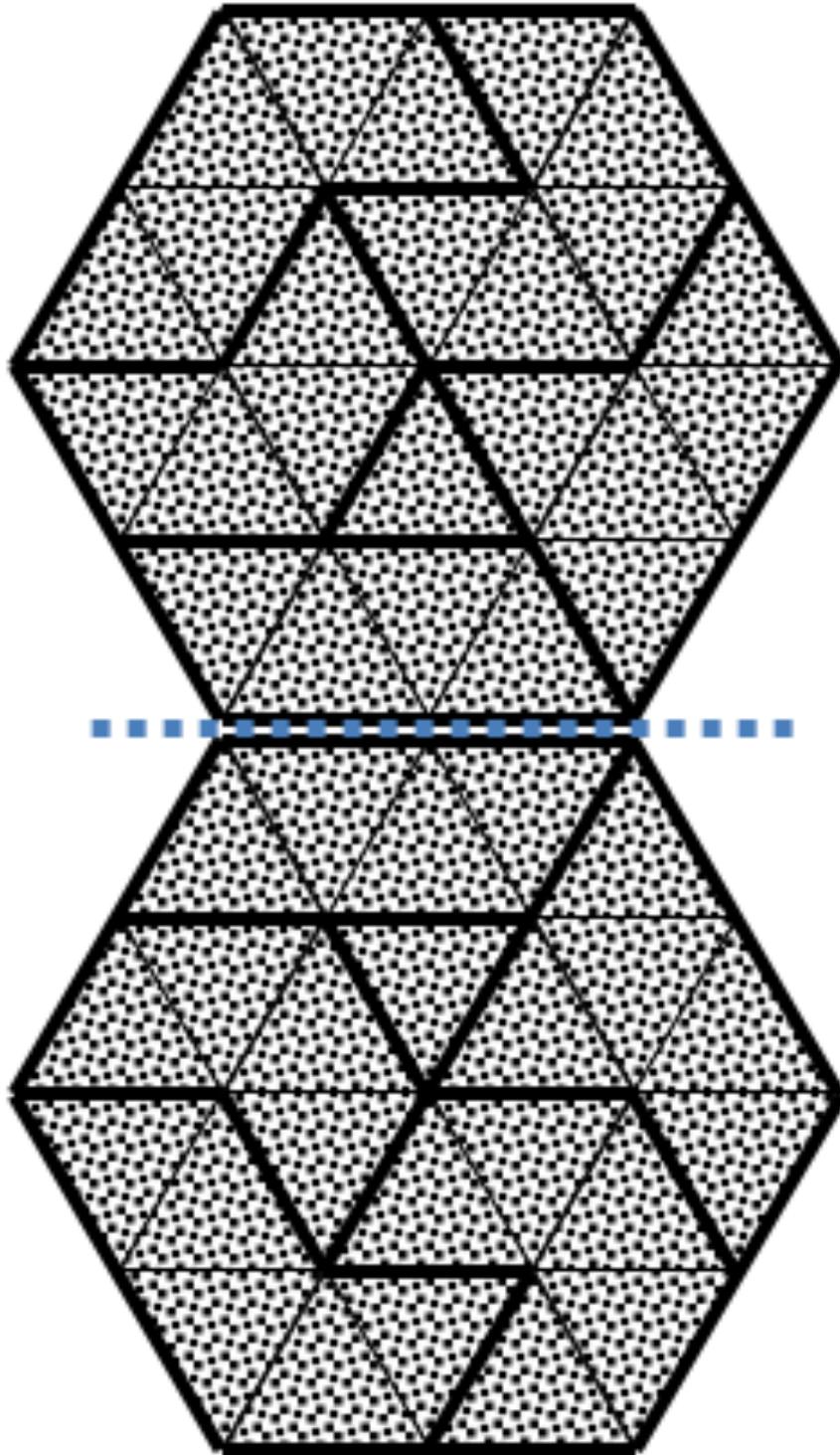
[https://www.apmep.fr/IMG/pdf/Reseaux\\_de\\_points\\_-\\_APMEP\\_AG\\_.pdf](https://www.apmep.fr/IMG/pdf/Reseaux_de_points_-_APMEP_AG_.pdf)

Deux solutions sont différentes lorsqu'il n'existe pas d'isométries transformant la première en la seconde.

Le diffuseur du jeu « HEXAGONE 3D » affirme qu'il existe 80 façons différentes de former l'hexagone avec les six pièces.

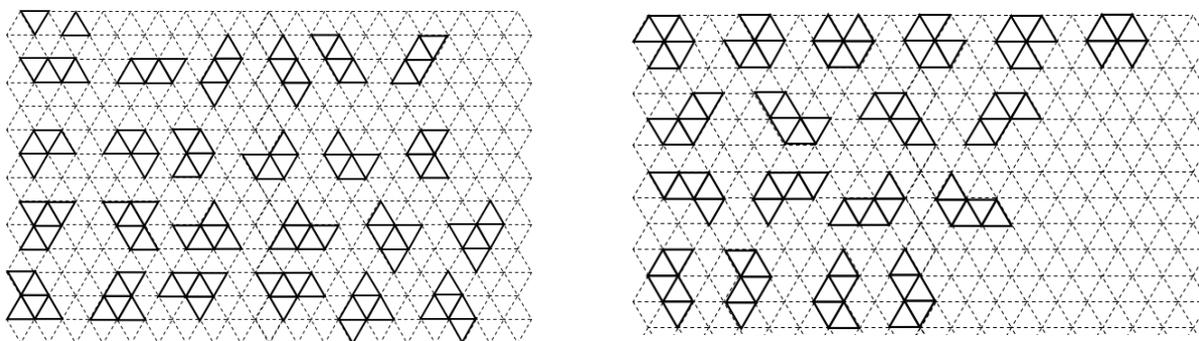
## Pour construire un puzzle

Après collage, le réseau triangulé sera visible sur les deux faces des pièces.

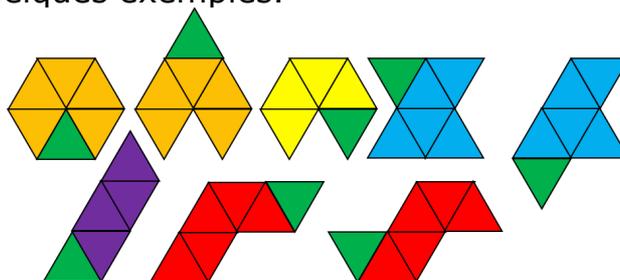


**L'activité 1** fait travailler sur les différents dessins d'une pièce dans un réseau dont la trame est un des petits triangles équilatéraux formant les pièces. Les pièces sans élément de symétrie ont 12 positions possibles ( $6 \times 60^\circ = 360^\circ$  et les 6 positions « retournées » amènent à 12 dessins possibles). Les pièces admettant un élément de symétrie n'admettent que 12:2 dessins possibles. Nous constatons que la pièce ayant trois axes de symétrie n'a que deux dessins possibles.

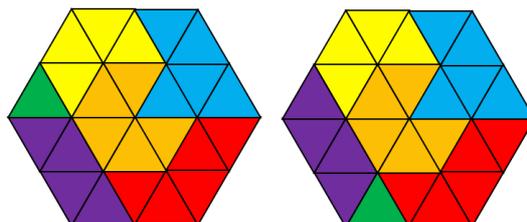
Cette recherche pourra être proposée à des enfants (Trouve le plus possible de dessins d'une pièce donnée). L'activité proposée sera sans doute plus aisée à mettre en œuvre : des dessins sont proposés pour des pièces de type différent, il s'agit d'analyser les dessins proposés et retrouver les dessins manquants. Le nombre de dessins pourra par la suite être mis en relation avec les éléments de symétrie repérés.



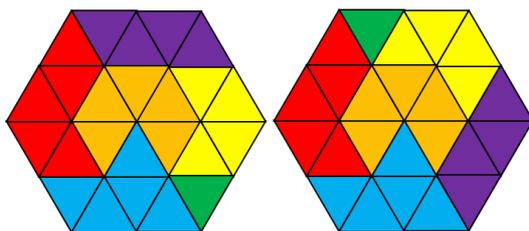
**L'activité 2** incite à la recherche des axes de symétrie des pièces, puis à la recherche d'assemblages de deux pièces pour obtenir un polygone de pourtour symétrique. Voici quelques exemples.



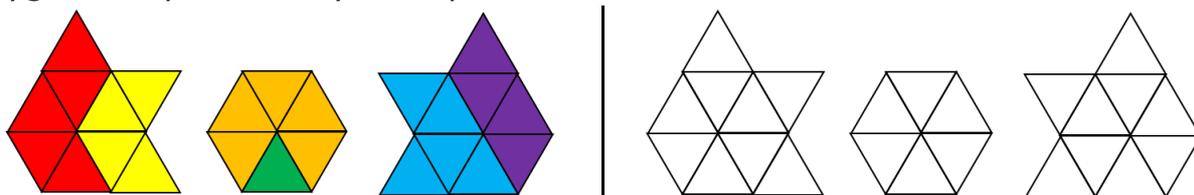
Comme dans l'exemple ci-dessous, ces assemblages symétriques pourront fournir d'autres solutions pour la réalisation de l'hexagone.



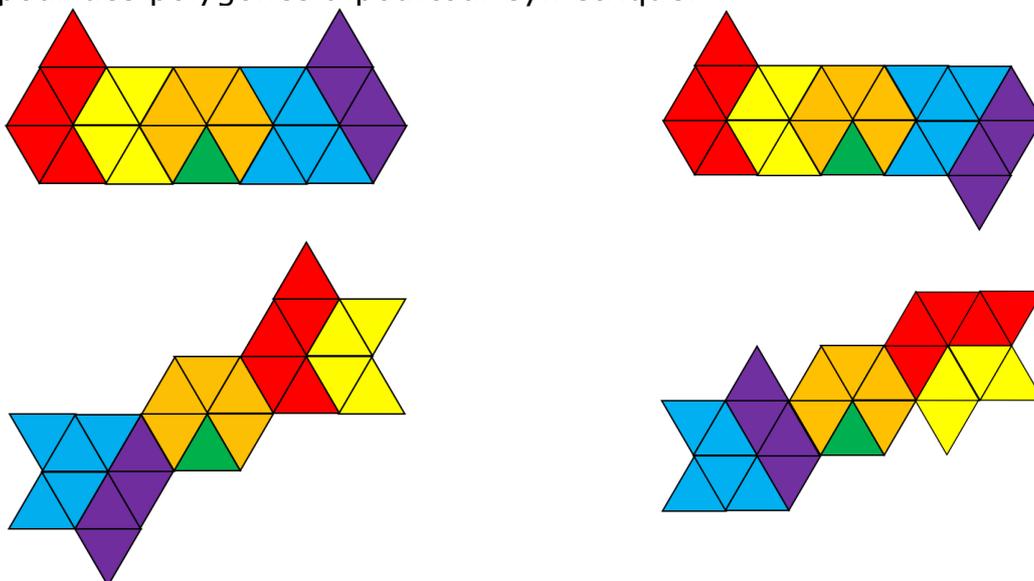
**L'activité 3** propose la recherche d'assemblages de trois pièces. Ceux-ci pourront également fournir d'autres solutions pour la réalisation de l'hexagone.



Les six pièces peuvent être assemblées en trois paires de pièces formant des polygones à pourtour symétrique.



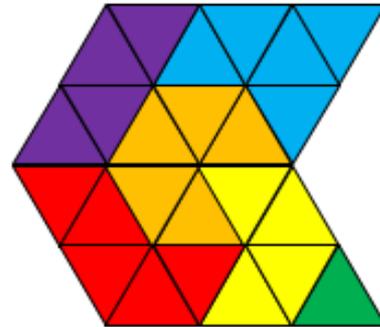
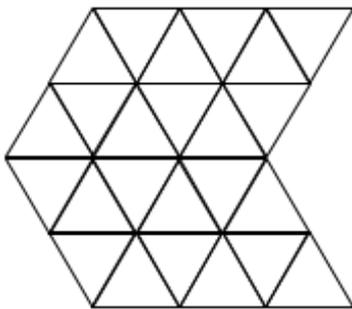
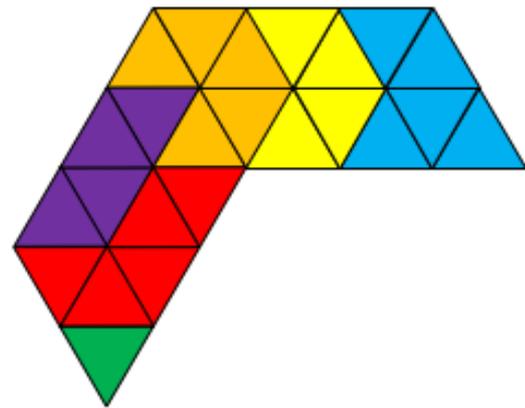
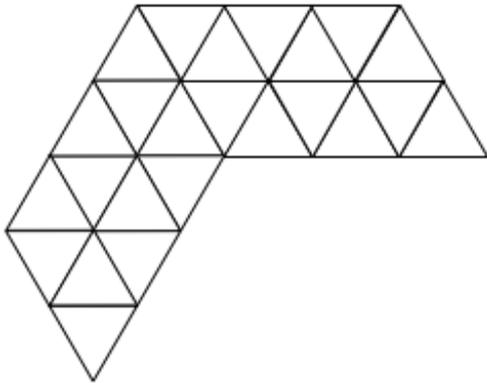
Ces polygones pourront à leur tour devenir la source d'assemblages des six pièces pour des polygones à pourtour symétrique.



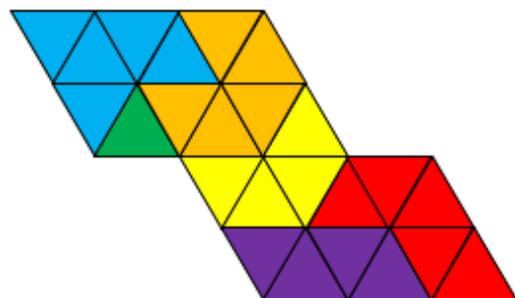
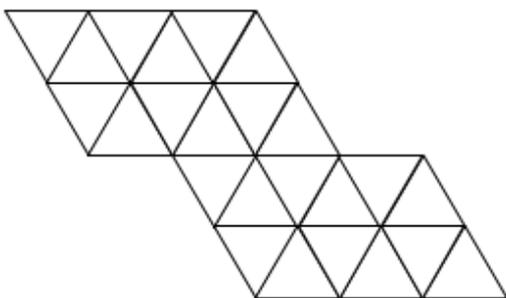
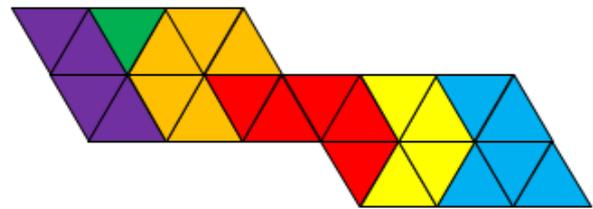
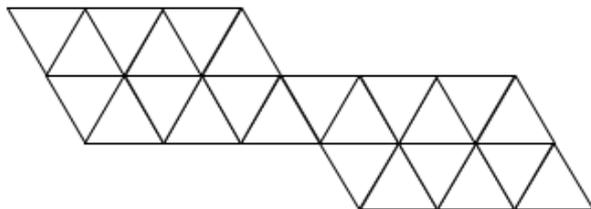
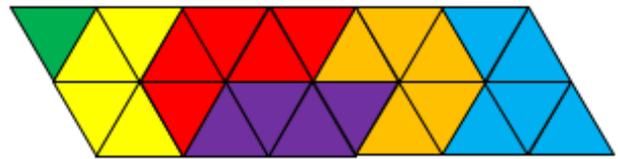
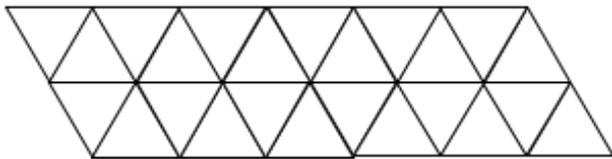
Recherche à poursuivre...

L'hexagone régulier est formé de vingt-quatre triangles équilatéraux de même dimension. Ces vingt-quatre triangles peuvent former deux parallélogrammes isométriques. Il est possible de rechercher des assemblages symétriques de ces paires de parallélogrammes, puis rechercher leur éventuel recouvrement par les six pièces du puzzle. **L'activité 4** reprend cette idée.

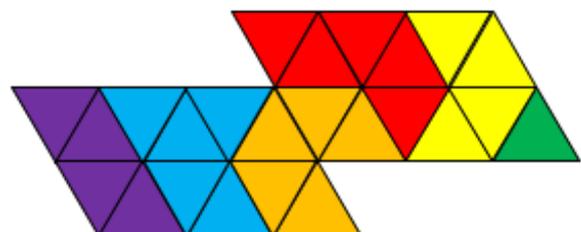
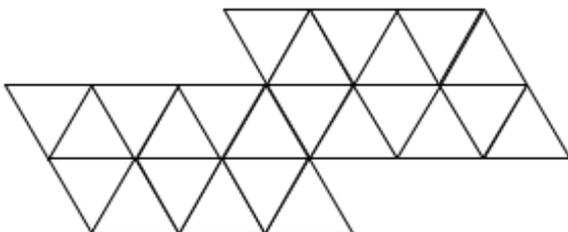
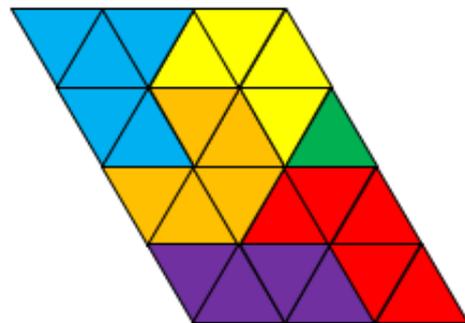
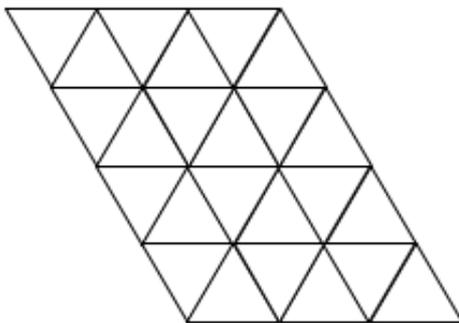
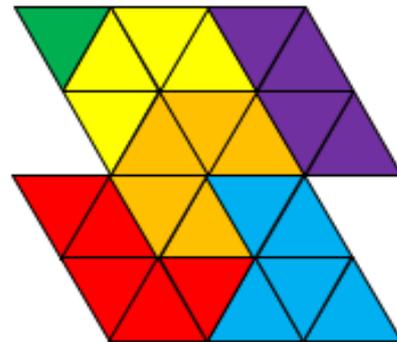
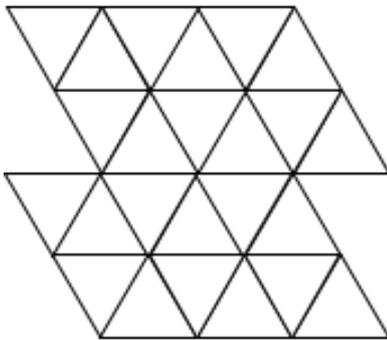
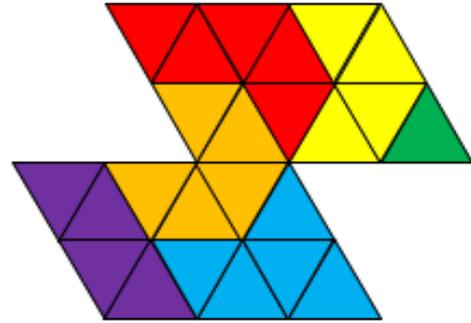
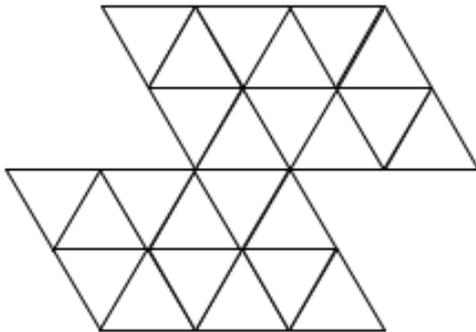
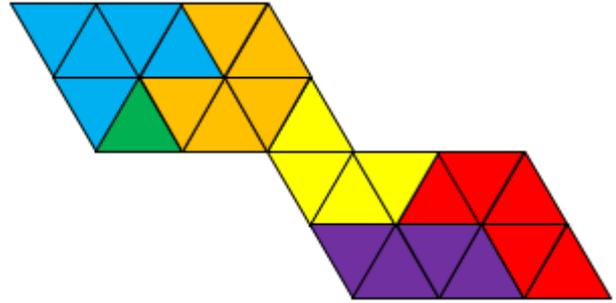
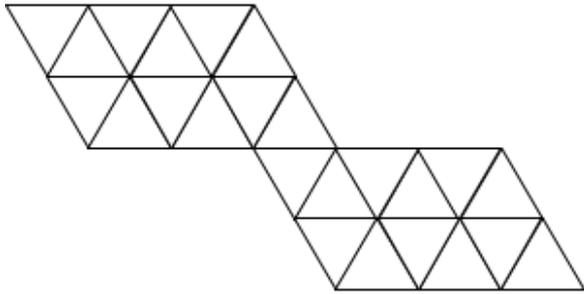
**Avec une symétrie axiale**



**Avec une symétrie centrale**

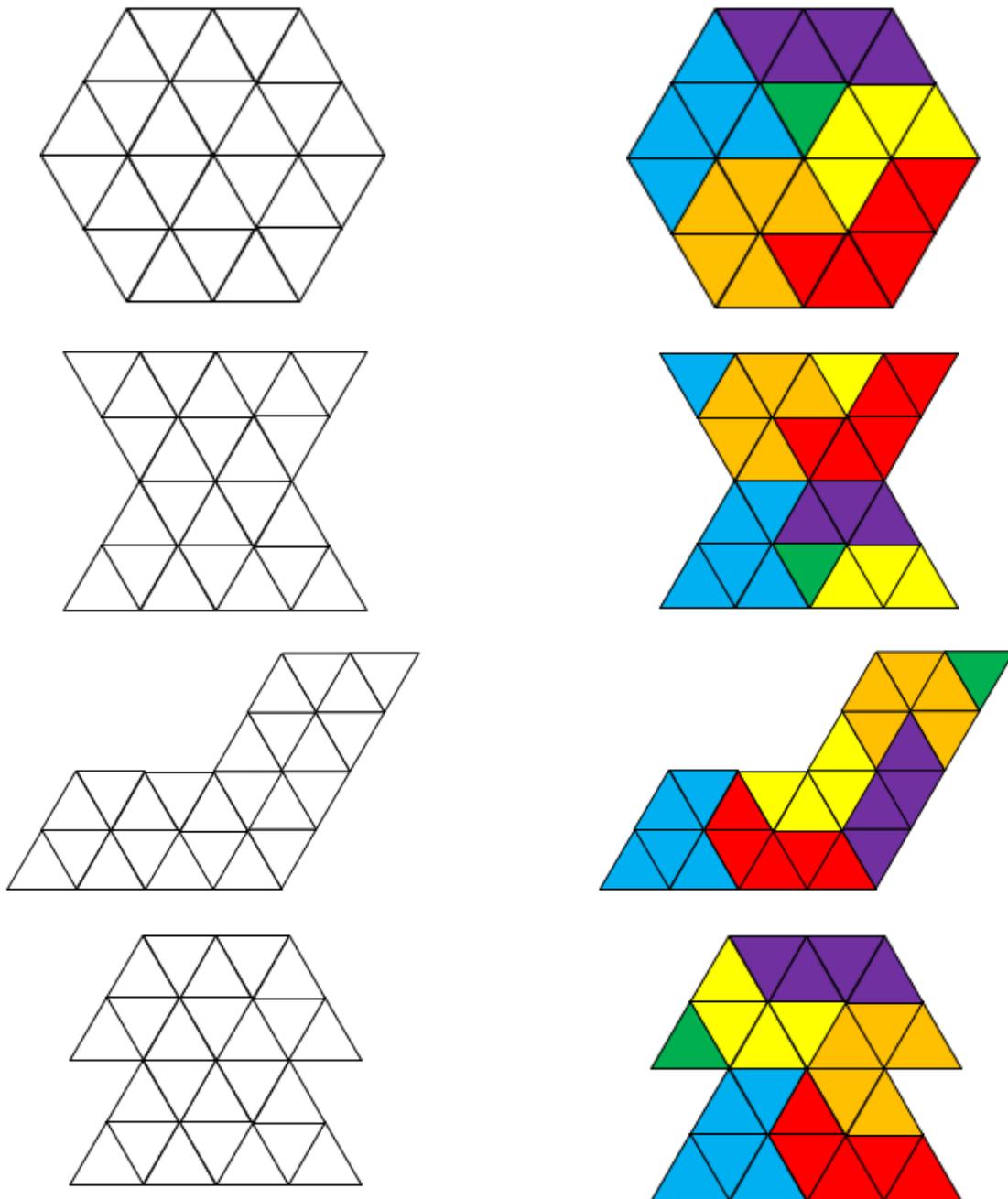


**Avec une symétrie centrale (suite)**

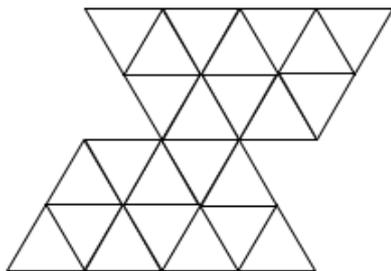
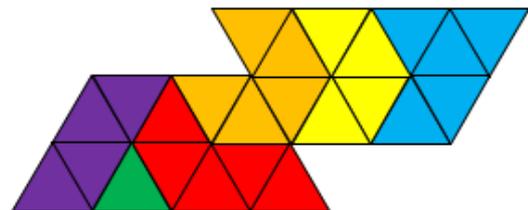
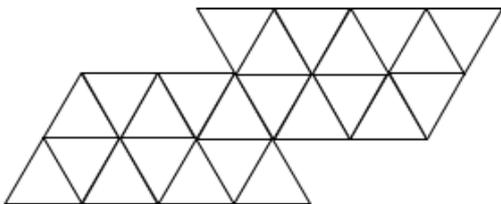
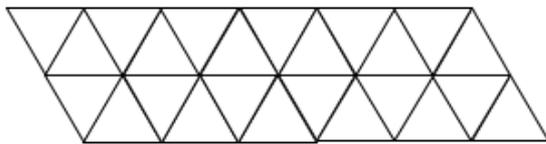
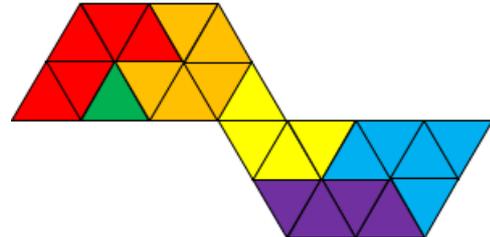
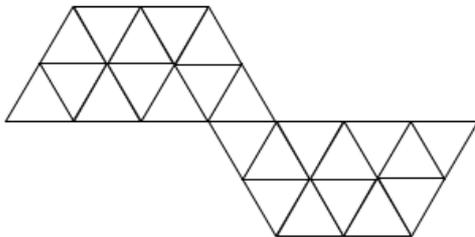
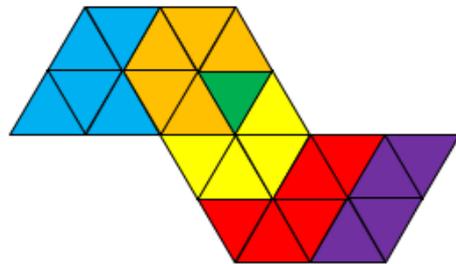
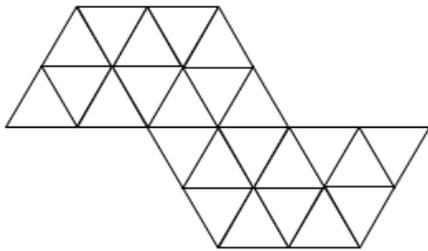
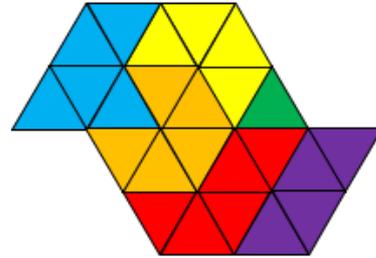
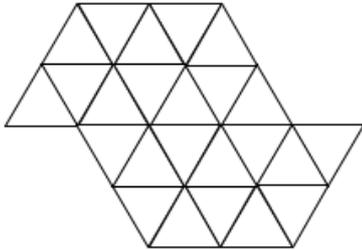
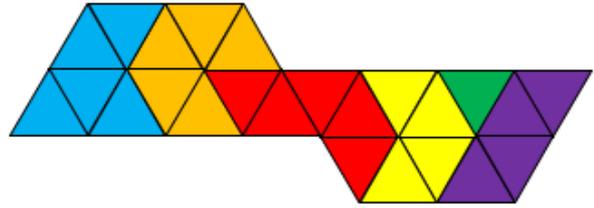
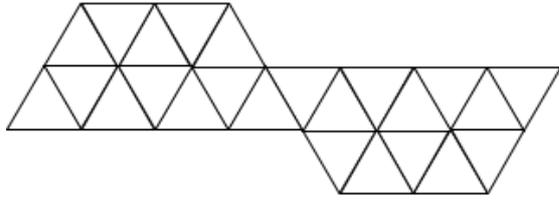


Une diagonale découpe l'hexagone régulier en deux trapèzes isocèles isométriques. Il est possible de rechercher des assemblages symétriques de ces paires de parallélogrammes, puis rechercher leur éventuel recouvrement par les six pièces du puzzle. **Les activités 5a et 5b** reprennent cette idée.

**Avec une symétrie axiale**



**Avec une symétrie centrale**



Le recouvrement de cet assemblage est-il possible ?  
Affaire à suivre...

## Avec des trilosanges ou des hexatriangles



Il existe neuf assemblages de trois losanges superposables

Les trois losanges dessinés forment un ensemble de 24 petits triangles équilatéraux, comme l'hexagone réalisé avec les six pièces du puzzle de l'Unicef.

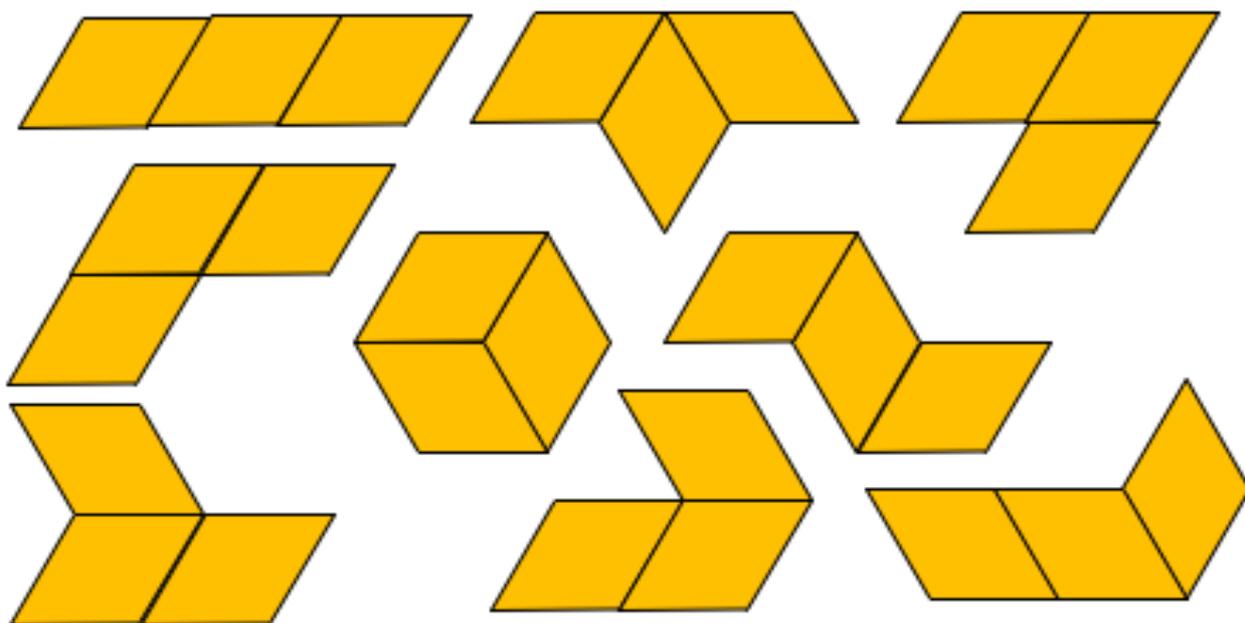
Ces neuf assemblages ont été nommés « trilosanges » dans l'exposition « Objets mathématiques » de notre régionale.

[http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/3\\_trilosanges.pdf](http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/3_trilosanges.pdf)

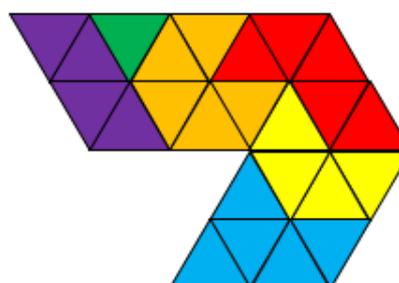
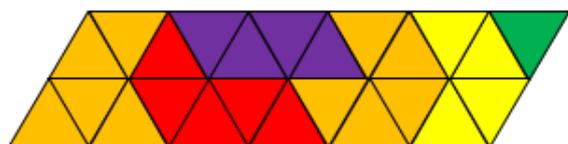
[http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/3\\_trilosanges\\_2021.pdf](http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/3_trilosanges_2021.pdf)

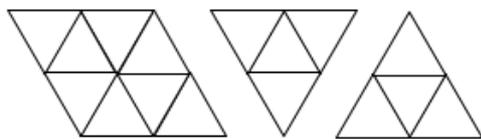
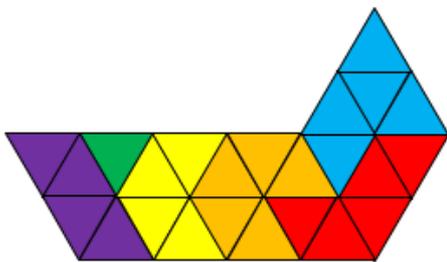
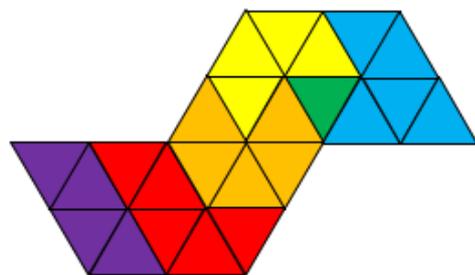
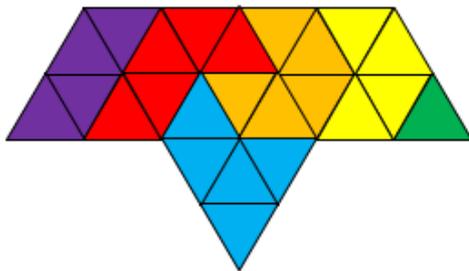
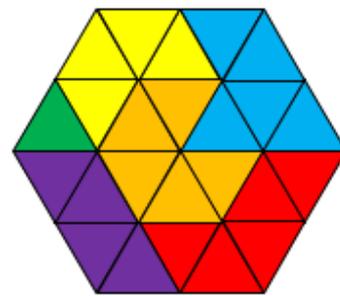
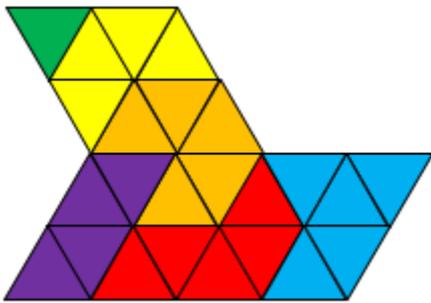
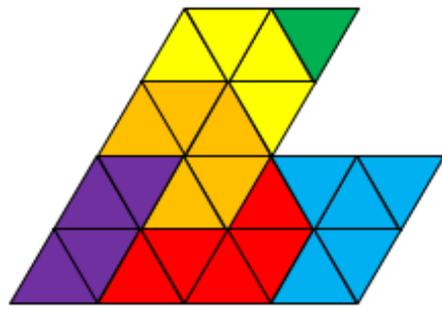
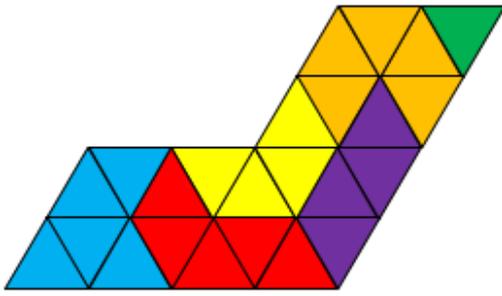
Au sein du groupe Jeux national de l'APMEP, des collègues gourmets ont fait le rapprochement avec les « tricalissons » présentés dans le numéro 10 de la revue « Le Petit Archimède ».

<http://www.lepetitarchimede.fr/pa/PA10.pdf#page=4>



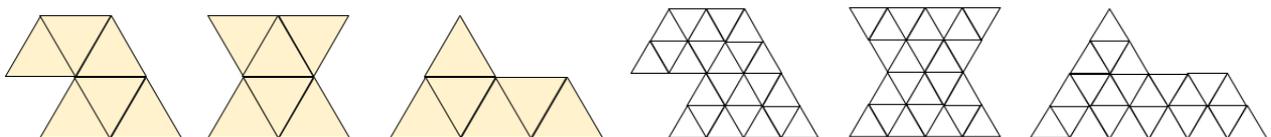
Chaque trilosange est recouvrable par les six pièces du puzzle de l'Unicef.

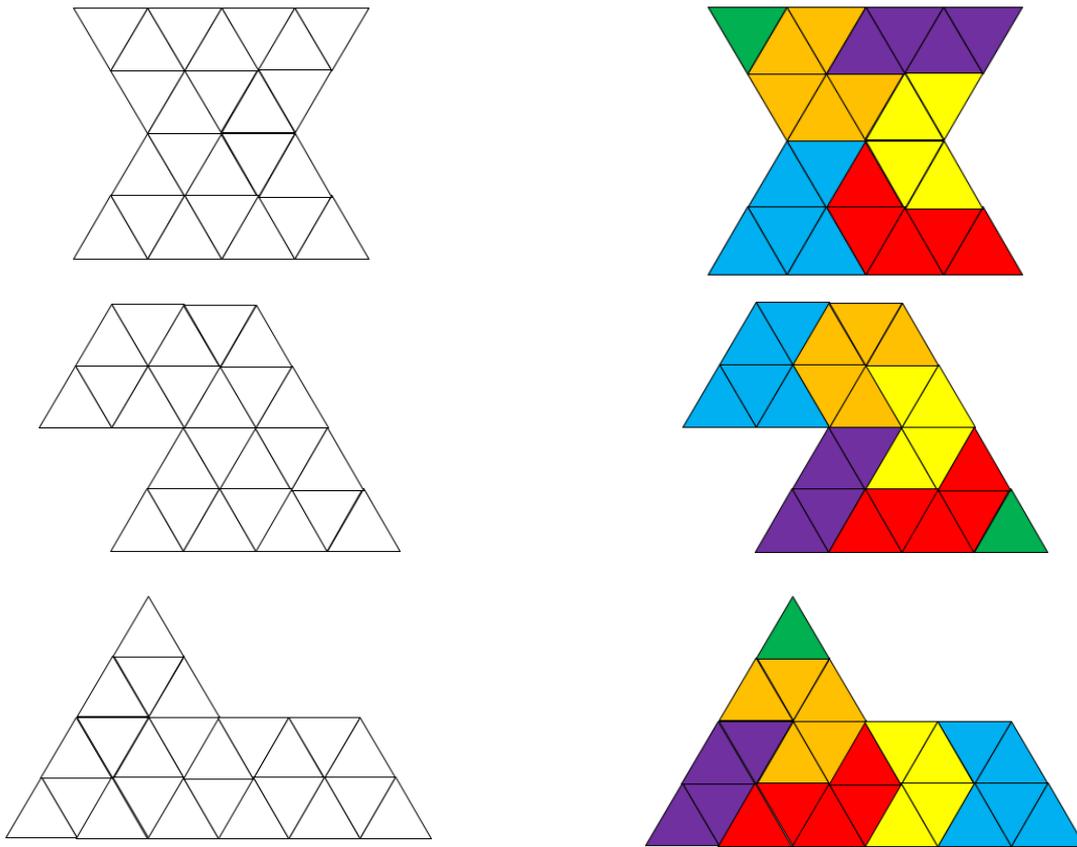




Chacun des losanges peut être partagé en deux triangles superposables.  
Les trilosanges (tricalissons) deviennent des hexatriangles (hexamants).

Trois hexatriangles ne sont pas des trilosanges. Ils peuvent être construits eux aussi à l'aide des six pièces du puzzle.





Nous retrouvons avec plaisir le sphinx, thème du stand n°5 de notre exposition régionale.

[http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/5\\_les\\_sphinx\\_1.pdf](http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/5_les_sphinx_1.pdf)

[http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/5\\_sphinx.pdf](http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/5_sphinx.pdf)

[http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/brochure16\\_site.pdf#page=38](http://apmeplorraine.fr/IMG/pdf/brochure16_site.pdf#page=38)

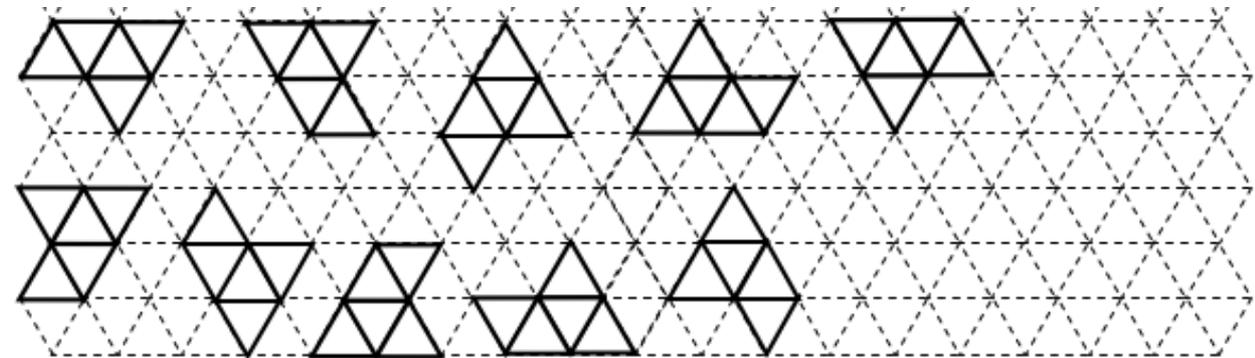
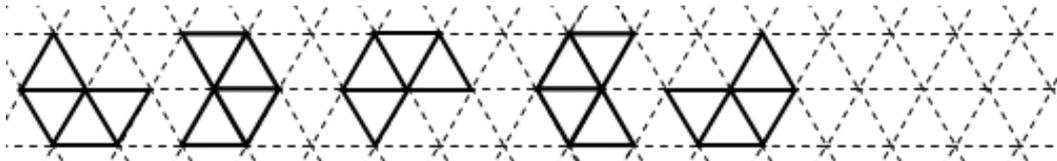
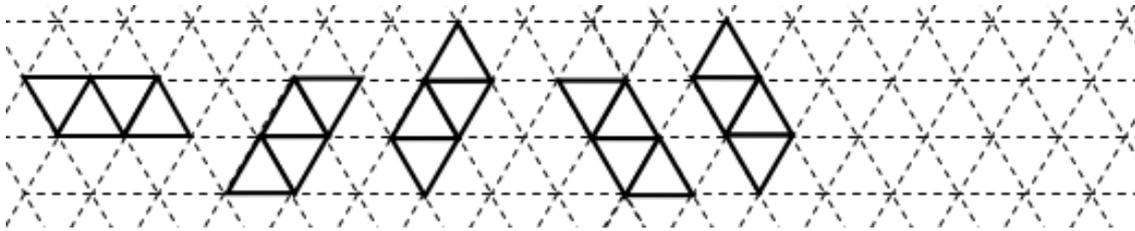
## Activité 1

### Des dessins de pièces

J'ai commencé à chercher les différents dessins pour quatre des pièces du puzzle.

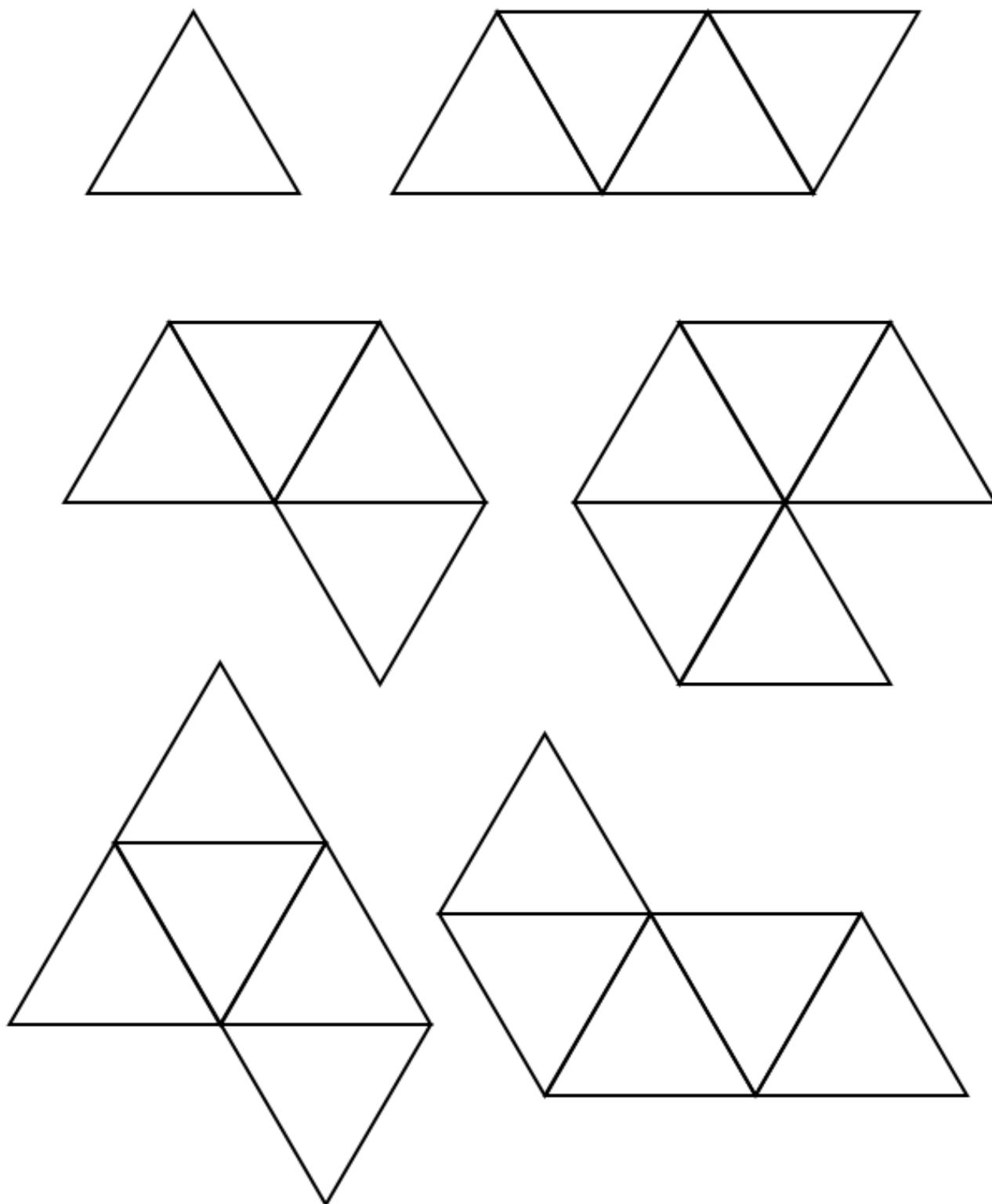
À chaque fois, un ou deux dessins manquent.

Réussiras-tu à le(s) retrouver et le(s) dessiner à la suite des miens ?



## Les pièces et des éléments de symétrie

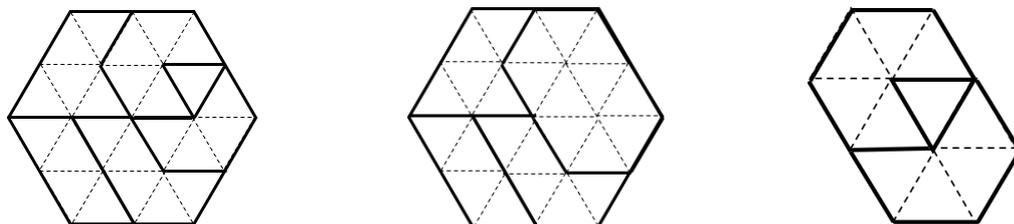
### Activité 2



*Document à imprimer pour faire retrouver les éventuels axes et centre de symétrie des pièces*

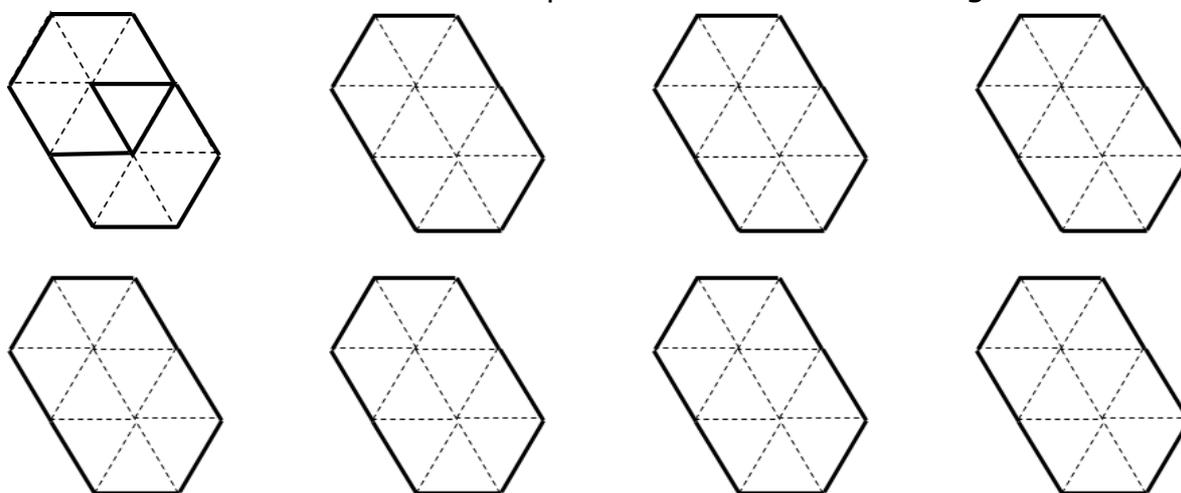
## Un assemblage de trois pièces et de nouvelles solutions pour l'hexagone régulier

### Activité 3

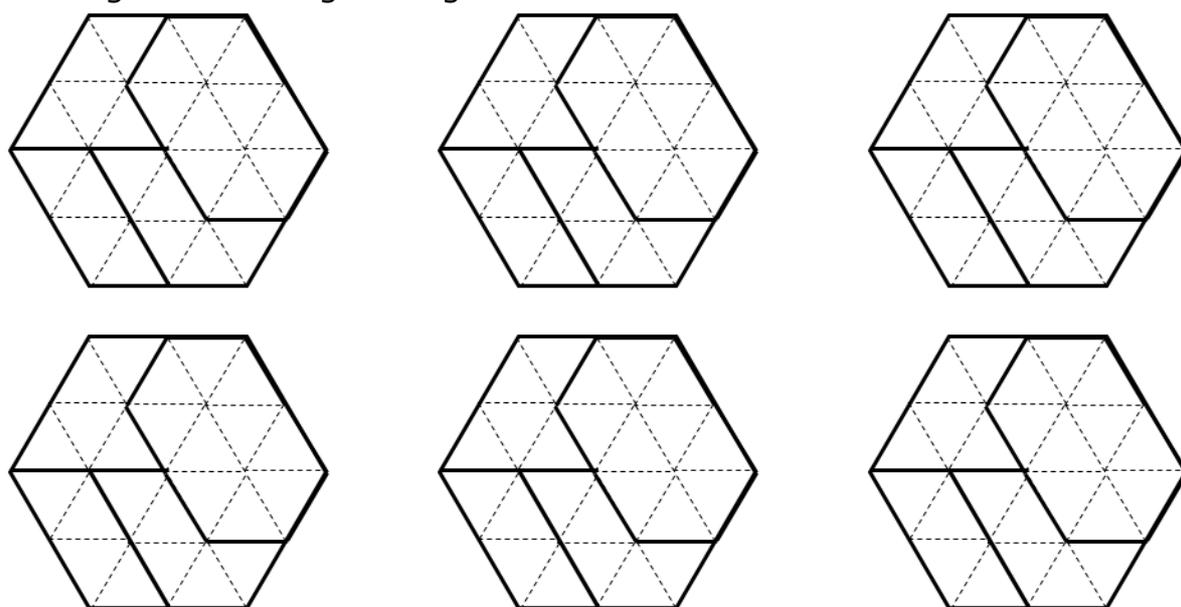


Voici, extrait d'une solution, un assemblage de trois pièces formant un polygone symétrique.

Dessine ci-dessous d'autres dessins possibles de cet assemblage.

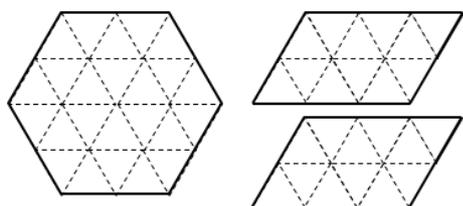


Tu peux maintenant compléter les dessins ci-dessous pour obtenir d'autres assemblages de l'hexagone régulier.



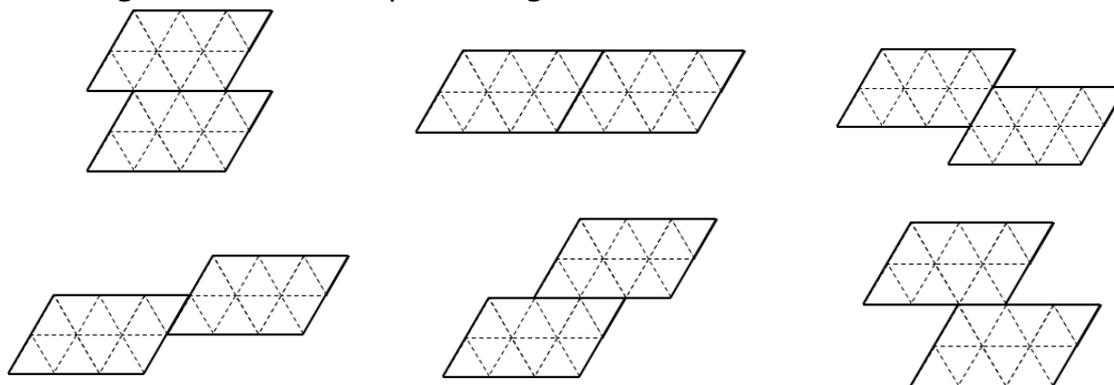
# Assemblages de deux parallélogrammes et symétrie centrale

## Activité 4

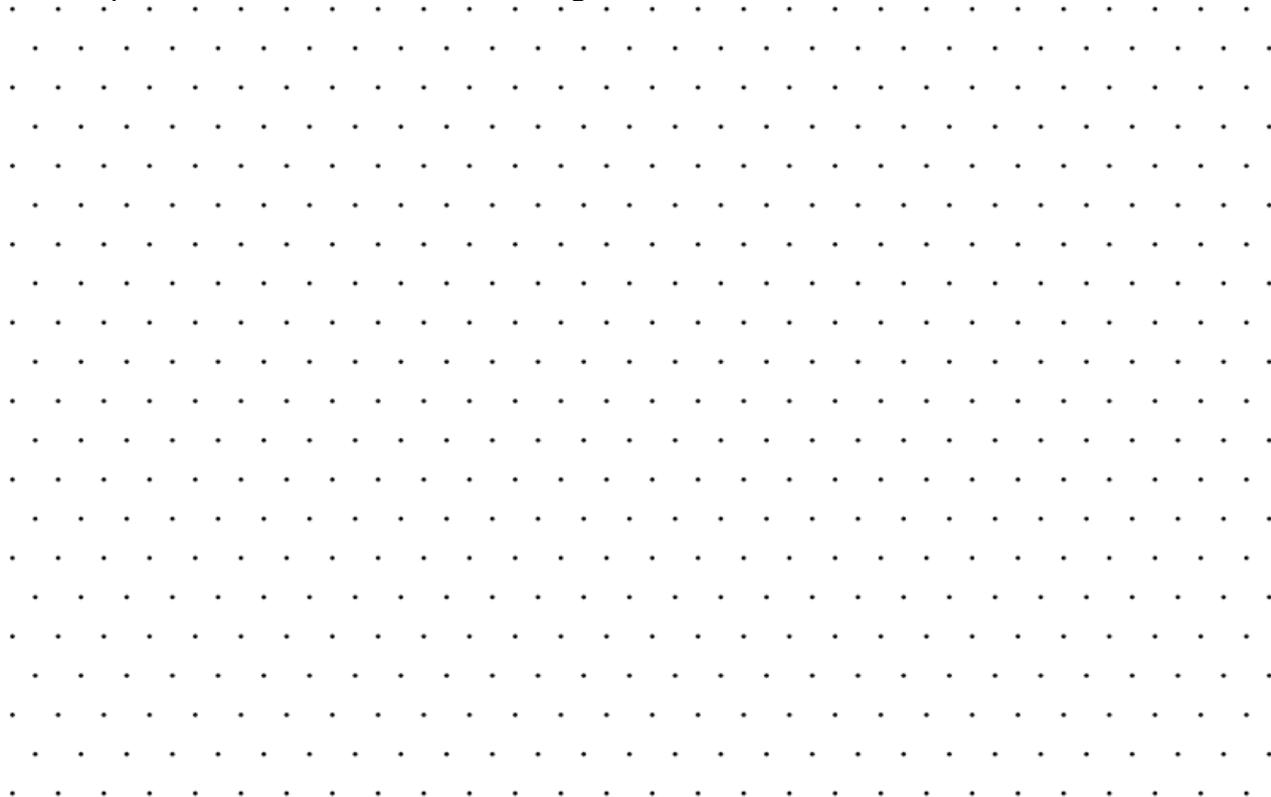


L'hexagone régulier est formé de vingt-quatre petits triangles équilatéraux. Ceux-ci permettent la réalisation de deux parallélogrammes superposables.

En utilisant des symétries centrales, j'ai commencé la recherche des assemblages de ces deux parallélogrammes.



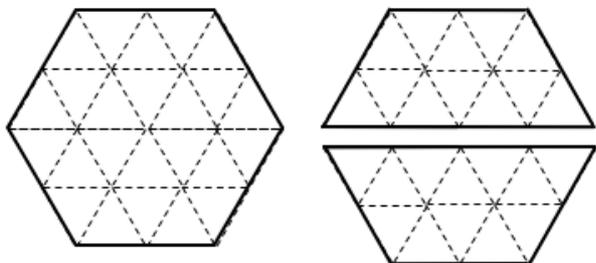
Il manque au moins deux assemblages. Retrouve-les et dessine-les ci-dessous.



Ces assemblages de parallélogrammes peuvent-ils être reconstruits en utilisant les six pièces du puzzle ? Dessine tes solutions en utilisant les dessins de cette feuille.

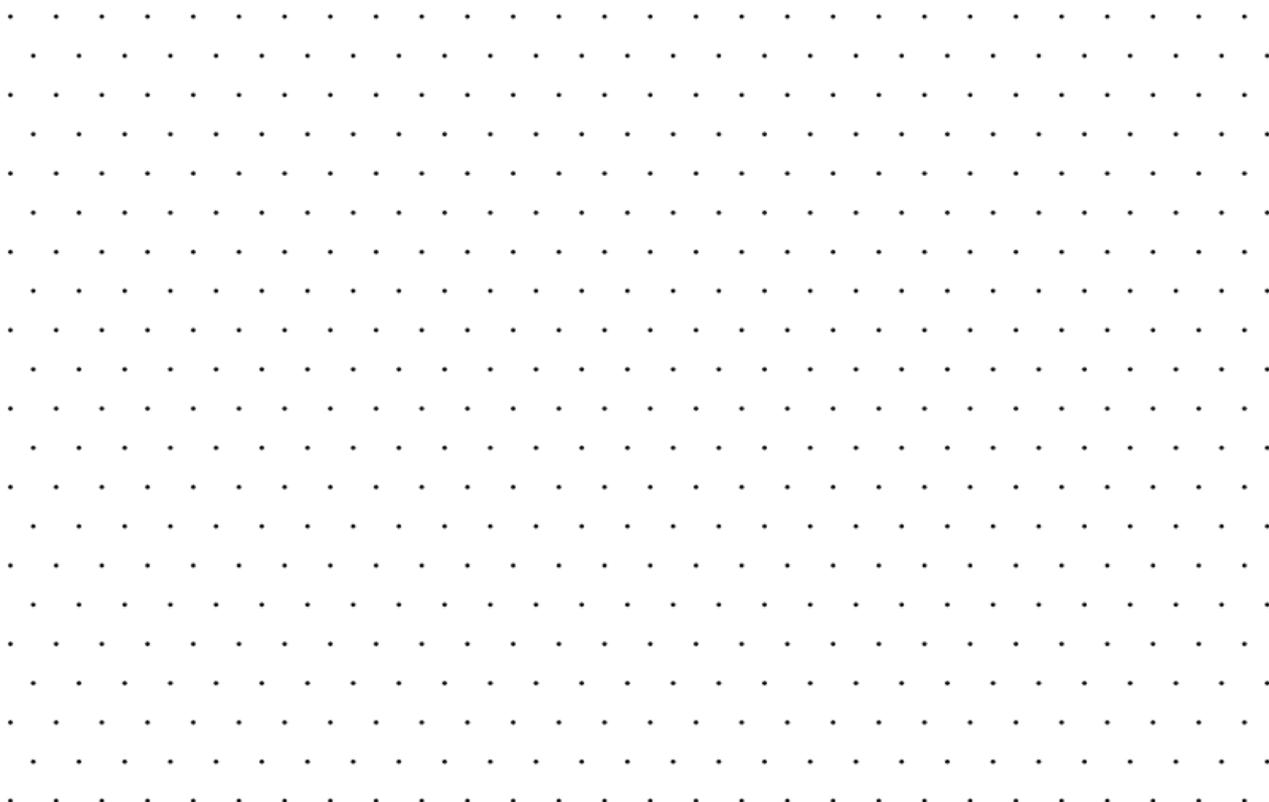
## Assemblages de deux trapèzes isocèles et symétrie orthogonale

### Activité 5a



L'hexagone régulier est découpé en deux trapèzes isocèles superposables.

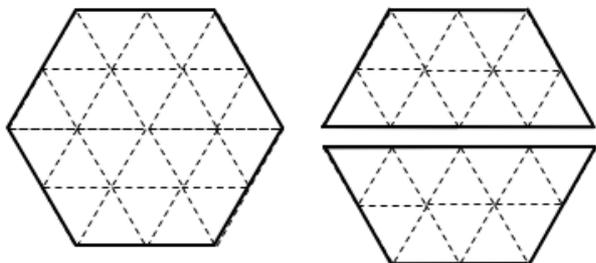
En utilisant ces deux trapèzes isocèles, trouve le plus possible d'assemblages admettant un axe de symétrie. Dessine le pourtour des polygones obtenus dans le réseau triangulé ci-dessous.



Ces assemblages de trapèzes isocèles peuvent-ils être reconstruits en utilisant les six pièces du puzzle ? Dessine tes solutions trouvées en utilisant tes dessins ci-dessus.

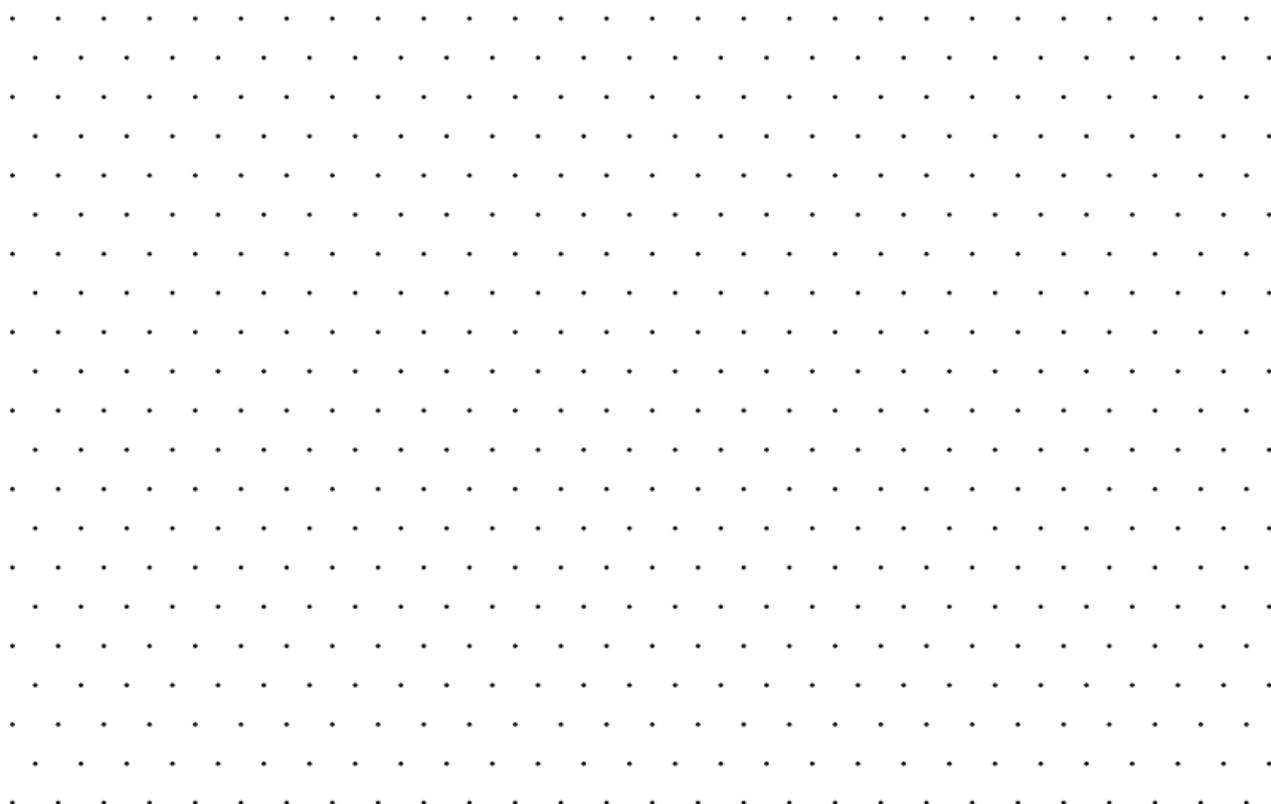
## Assemblages de deux trapèzes isocèles et symétrie centrale

### Activité 5b



L'hexagone régulier est découpé en deux trapèzes isocèles superposables.

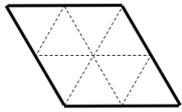
En utilisant ces deux trapèzes isocèles, trouve le plus possible d'assemblages admettant un centre de symétrie. Dessine le pourtour des polygones obtenus dans le réseau triangulé ci-dessous.



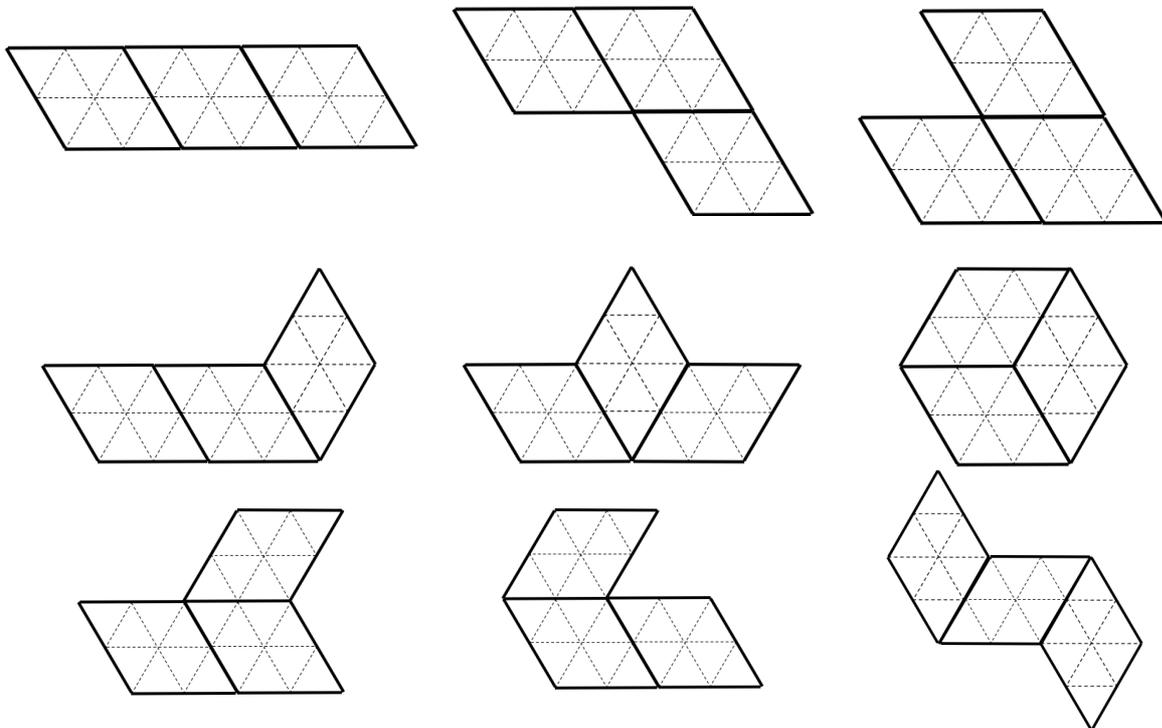
Ces assemblages de trapèzes isocèles peuvent-ils être reconstruits en utilisant les six pièces du puzzle ? Dessine tes solutions trouvées en utilisant tes dessins ci-dessus.

## Recouvrement des trilosanges (tricalissons) et des hexatriangles (hexamants)

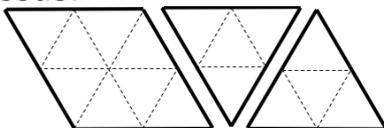
### Activité 6



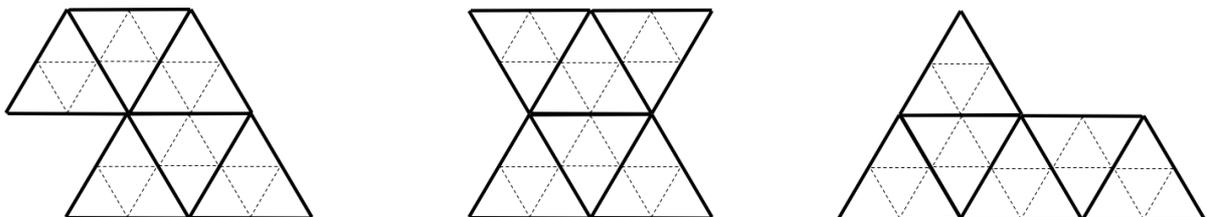
Il existe neuf assemblages de trois losanges superposables. Les trois losanges dessinés forment un ensemble de vingt-quatre petits triangles équilatéraux, comme l'hexagone réalisé avec les six pièces du puzzle de l'Unicef.



Ces assemblages de trois losanges peuvent-ils être reconstruits en utilisant les six pièces du puzzle ? Dessine tes solutions trouvées en utilisant tes dessins ci-dessus.



Chacun des losanges peut être partagé en deux triangles superposables. Les trilosanges deviennent des hexatriangles.



Trois hexatriangles ne sont pas des trilosanges. Peuvent-ils être reconstruits en utilisant les six pièces du puzzle ? Dessine tes solutions trouvées en utilisant tes dessins ci-contre.