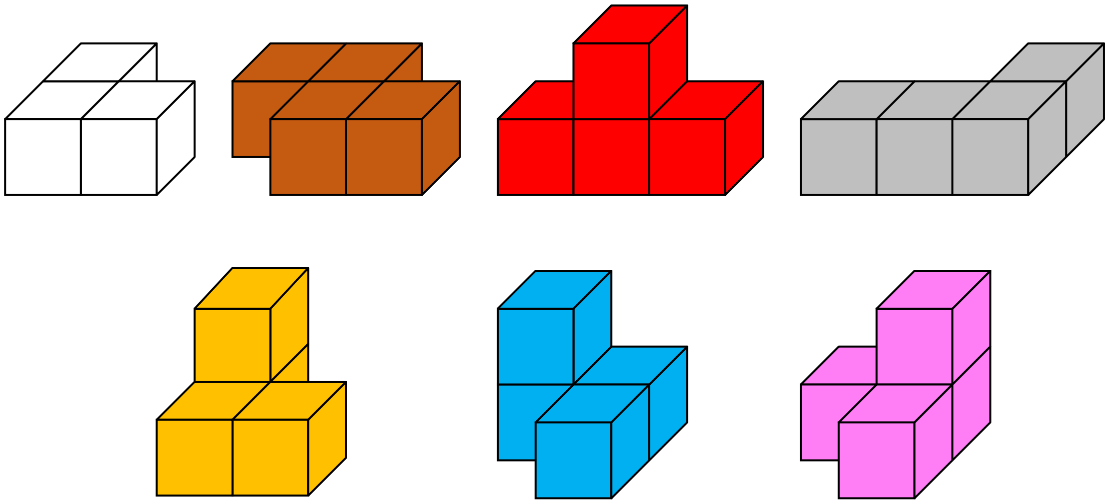
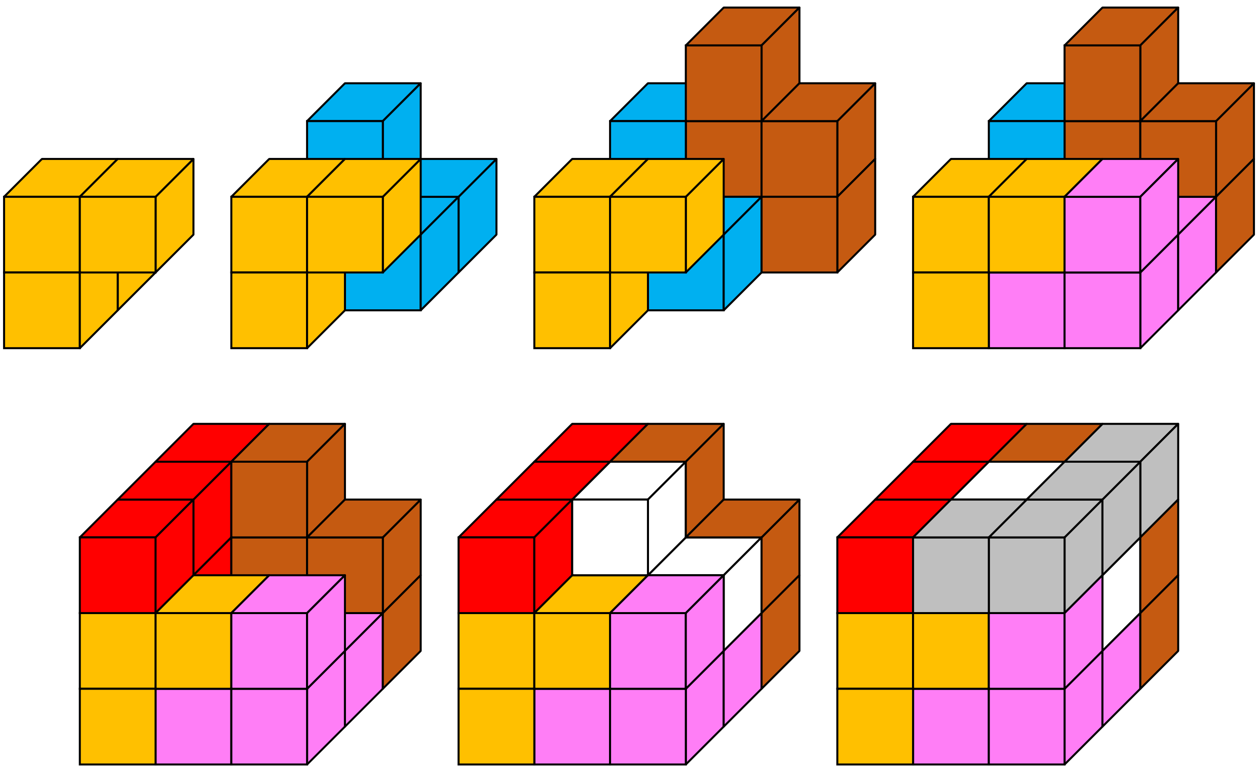
16 - Des pavés construits avec des pièces du cube SOMA



Piet Hein a remarqué que ces 7 pièces formaient un total de 27 cubes et étaient donc susceptibles de former un cube 3x3x3.
En voici ci-dessous les étapes d’une solution possible.



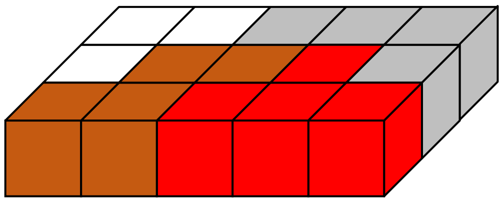
Et si seules certaines des pièces étaient utilisées ? Quels pavés pourrait-on construire ?

Première piste de recherche possible
Les 7 pièces forment un total de 27 cubes. Le nombre de cubes formant un pavé peut s'écrire sous la forme «*axbxc* ».
Il suffit d'étudier toutes les décompositions possibles des nombres inférieurs ou égaux à 27 en produit de 3 entiers. Ce travail est dans doute intéressant pour travailler le domaine numérique avec de jeunes élèves. Il peut cependant paraître bien long au vu des certitudes d'impossibilité de réalisation des pavés proposés (pour 1x1x3 ou 1x1x28 par exemple).

Autre piste de recherche possible
Si je n'utilise que des tétracubes, je n'envisagerai que des pavés de volume 4, 8, 12, 16, 20 ou 24.
Si j'utilise aussi le tricube, je n'envisagerai que des pavés de volume 3, 7, 11, 15, 17, 19, 23.
Les pièces formant le cube SOMA n'étant pas des pavés, j'élimine les volumes 3 et 4.

Concernant les solides utilisant le tricube
Les volumes 7, 11, 17, 19 et 23 sont des nombres premiers et ne pourront que s'écrire sous la forme « 1x1x*a* ». Les parallélépipèdes correspondant ne pourront pas être construits avec les pièces du jeu.

15 = 1x3x5. Voici un parallélépipède qui convient.

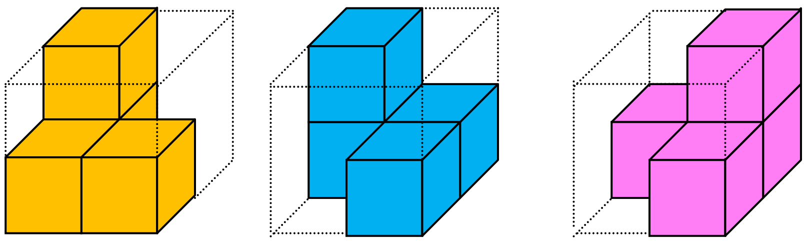


Concernant les solides n'utilisant que les tétracubes

La manipulation des tétracubes « plans » ne permet pas d'envisager la réalisation du solide correspondant à « 1x2x4 ». Il en est de même pour les solides définis par « 1xaxb ».

Nous allons étudier les volumes 8, 12, 16, 20, 24 de solides définis par des décompositions de la forme « 2x2x*a* » avec « *a* » égal à 2, 3, 4, 5 ou 6.

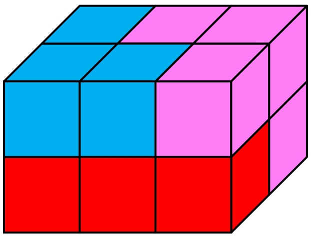
Le cube d'arête 2 ne peut être envisagé qu'avec les trois pièces ci-dessous.

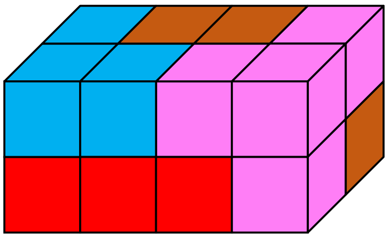


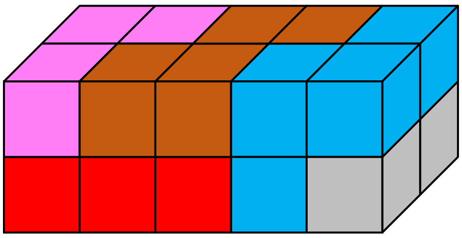
Cependant, dans les trois cas, pour le compléter, il faut remettre la même pièce que celle déjà placée. Les 7 pièces du cube SOMA étant toutes différentes, le volume « 8 » ne sera donc pas obtenu.

Examinons les volumes « 2x2x3 », « 2x2x4 », « 2x2x5 », « 2x2x6 ».

Pour les trois premiers, voici des solutions possibles.







Pour le dernier, il semble, dans l'attente d'un contre-exemple ou d'une démonstration, que la réalisation du pavé défini avec « 2x2x6 » soit impossible en utilisant les 6 tétracubes.

Cependant, les 6 tétracubes permettent la réalisation du parallélépipède défini avec « 2x3x4 ».